GISCORRECTIE EN OPTIMALISEREN VAN SLAAGKANSEN

KOEN DE NAEGHEL

Samenvatting. Het aftrekken van punten bij een foutief antwoord staat bij studenten bekend onder de term giscorrectie. In deze nota verklaren we de meest rechtvaardige toepassing van giscorrectie. Daarnaast geven we voor zo'n test aan hoeveel vragen een student het best kan 'gokken' teneinde zijn slaagkans te optimaliseren. Deze tekst heeft geenszins de intentie de student aan te zetten tot 'gokken', maar wel om student en evaluator bewust te maken van (1) de correcte toepassing van giscorrectie en (2) een optimaal aantal gegokte vragen.

Inhoudsopgave

1. Inleiding

Een meerkeuzevraag (ook wel multiplechoicevraag genoemd) is een vraag waarbij uit een beperkt aantal antwoorden kan worden gekozen. De aangeboden antwoorden worden in deze context alternatieven genoemd. Behalve bij examens worden meerkeuzetoetsen gebruikt bij quizzen, rijexamens en psychodiagnostische tests. Een meerkeuzetest is een meetinstrument waarbij men peilt naar de kennis van de respondent, en derhalve onderwerp van studie in de psychometrie[1], een tak van de toegepaste psychologie.

Voor het toekennen van de punten maken we onderscheid tussen twee evaluatiesystemen. Bij een klassieke evaluatie kent men enkel aan een goed antwoord punten toe, een fout of blanco antwoord levert geen punten op. Trekt men daarentegen punten af voor een fout antwoord, dan past men een giscorrectie toe. In §2 en §3 bespreken we deze twee systemen als toepassing op het begrip stochast uit de kansrekening. Op die manier komen we aan de meest rechtvaardige manier om giscorrectie toe te passen. In §3 geven we dan ook een antwoord op de volgende

Vraag 1. Een test bestaat uit 10 meerkeuzevragen, en elke vraag heeft 4 alternatieven. Een goed antwoord levert 1 punt op, een blanco antwoord 0 punten. De evaluator wil (rechtvaardige) giscorrectie toepassen. Hoeveel punten trekt men dan af voor een fout antwoord?

In §4 tonen we met behulp van de binomiale verdeling aan hoe de student zijn slaagkansen kan verhogen. Het principe wordt uitgelegd aan de hand van een specifiek geval. Veralgemenen leidt tot een formule die, na het implementeren in een computerrekenpakket, leidt tot onze conclusie voor testen met minder dan 500 vragen, elk met $2, 3, 4$ of 5 alternatieven. Op die manier zijn we in staat een antwoord te formuleren op vragen 2 en 3.

Vraag 2. Beschouw een test met 30 meerkeuzevragen, met 4 alteratieven bij elke vraag. Een student weet slechts 10 vragen zeker. Uiteraard vult hij eerst deze 10 vragen in. Op hoeveel van de 20 overige vragen moet de student gokken, en hoeveel ervan moet hij blanco laten, opdat zijn slaagkans optimaal is? Wat is die slaagkans dan?

Datum: 16 september 2013. Deze nota werd geschreven op vraag van Elias Vandendriessche en andere oud-leerlingen van het Onze-Lieve-Vrouwecollege te Brugge, naar aanleiding van hun ingangsproef voor (tand)arts. De opbouw in §2 en §3 is tevens terug te vinden in [2, pagina XIV-36]. De auteur is Luc Van den Broeck erkentelijk voor het kritisch nalezen van een eerste versie van deze nota. Zijn opmerkingen hebben tot een meer diepgaand onderzoek geleid, en bijgedragen aan de wiskundige juistheid van de conclusie in §4.

[1] Psychometrie is een wetenschap die zich bezighoudt met de technieken van het meten van psychologische fenomenen zoals kennis, vaardigheden, attituden, eigenschappen en persoonskenmerken. Voorbeelden van psychometrische instrumenten zijn het intelligentiequotiënt en gestandaardiseerde lees- en rekenvaardigheidstesten. Voor zover onze kennis reikt is een eerste gefundeerde bespreking van de meest rechtvaardige giscorrectie afkomstig van Alexander Calandra 1941, zie [1].

Vraag 3. Een student legt een proef met giscorrectie af. Vooraf weet hij dat er 39 vragen gesteld worden, elk met 5 keuzemogelijkheden. Welke strategie kan hij toepassen om z'n slaagkansen zo hoog mogelijk te houden?

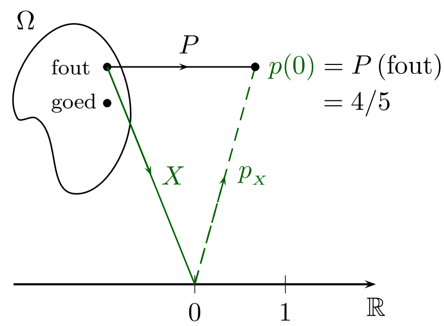
De lezer die wil weten hoe hij zijn slaagkansen op een meerkeuzetest optimaliseert, zonder de technische details te moeten doorlopen, gaat best als volgt te werk. Lees het besluit op het einde van §3. Neem daarna de conclusie in §4.2 en de oplossing van vragen 2 en 3 in §4.3 door.

2. Klassieke evaluatie

Bij een klassieke evaluatie kent men aan elk goed antwoord 1 punt toe, en aan een fout of blanco antwoord 0 punten. Noemen we X de stochast die het aantal punten weergeeft bij het gissen van één vraag met $N = 5$ alternatieven (rechterfiguur), dan bekomen we als verwachtingswaarde

$$E(X) = \sum_i p_i x_i = \frac{4}{5} \cdot 0 + \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5} = 20\%$$

Een respondent die zonder nadenken blindelings alternatieven aankruist, heeft in dit evaluatiesysteem statistisch gezien toch een positieve goedscore.



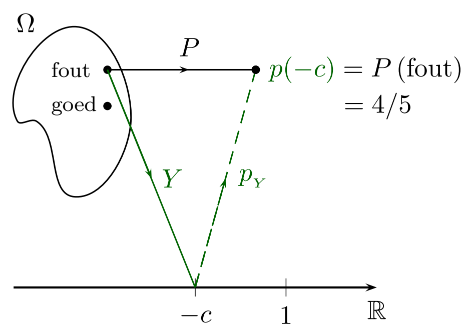
$\boxed{X}$

x_i	p_i
0	4/5
1	1/5
	1

3. Giscorrectie en antwoord op vraag 1

Om het gissen tegen te gaan zal men de klassieke evaluatie corrigeren door c punten af te trekken bij een foutief antwoord. Deze evaluatie staat bij studenten bekend onder de term giscorrectie. De meest rechtvaardige manier van giscorrectie bepalen we door te zorgen dat de gissende respondent statistisch gezien geen goedscore, maar ook geen foutscore heeft. Noemen we Y de stochast die het aantal punten weergeeft bij het gissen van één vraag met $N = 5$ alternatieven (rechterfiguur), dan wordt onze eis uitgedrukt in $E(Y) = 0$ waaruit de waarde van c volgt

$$E(Y) = \sum_j q_j y_j = \frac{4}{5} \cdot (-c) + \frac{1}{5} \cdot 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{1}{4}$$



$\boxed{Y}$

y_j	q_j
$-c$	4/5
1	1/5
	1

Bij vragen met N keuzemogelijkheden bestaat de meest rechtvaardige manier van giscorrectie erin om voor elk goed antwoord 1 punt te geven, voor elk blanco antwoord 0 punten te geven en voor elk fout antwoord $1/(N-1)$ punten af te trekken.

Zo komen we tot een antwoord op vraag 1 uit de inleiding.

Vraag 1. Een test bestaat uit 10 meerkeuzevragen, en elke vraag heeft 4 alternatieven. Een goed antwoord levert 1 punt op, een blanco antwoord 0 punten. De evaluator wil (rechtvaardige) giscorrectie toepassen. Hoeveel punten trekt men dan af voor een fout antwoord?

Oplossing. In deze context is $N = 4$, zodat men bij elke vraag die foutief beantwoord is $1/(4-1) = 1/3$ punten aftrekt.

Het is gebruikelijk om dit algemeen principe te herschalen tot het volgende

Besluit. Bij een meerkeuzevraag met N keuzemogelijkheden is **de meest rechtvaardige giscorrectie**:
goed antwoord: $N - 1$ punten, blanco antwoord: 0 punten, fout antwoord: -1 punten

4. Optimaliseren van slaagkansen

In deze paragraaf bespreken we hoe een student zijn slaagkansen kan verhogen door een welbepaald aantal vragen, waar hij het antwoord niet op weet, te gokken. Meer bepaald luidt onze vraag als volgt:

Beschouw een meerkeuzetest die geëvalueerd wordt met (rechtvaardige) giscorrectie. Veronderstel dat de student op een welbepaald aantal vragen het antwoord kent. Hoeveel van de overige vragen laat hij blanco opdat zijn kans op slagen zo groot mogelijk is?

Om tot een antwoord op deze vraag te komen, bespreken we gemakshalve eerst een specifiek geval. De redenering voor het algemeen geval verloopt analoog, die zal leiden tot een conclusie voor een klasse van multiple-choice testen die volstaat voor de praktijk.

4.1. **Bespreking van een specifiek geval.**

We gaan uit van een proef met $n = 30$ meerkeuzevragen, elk met $N = 4$ alternatieven. We nemen aan dat de evaluatie gebeurt met de giscorrectie zoals besproken in §3, met name

goed antwoord: 3 punten,
blanco antwoord: 0 punten,
fout antwoord: -1 punten.

Het maximum aantal punten dat kan toegekend worden is 90, en in deze context betekent slagen dan ook het behalen van minstens 45 punten. We noemen

w het aantal vragen waarop de student het antwoord **w**eet (met $0 \le w \le 30$),
b het aantal overige vragen dat de student **b**lanco laat (met $0 \le b \le 30 - w$),
$g = 30 - w - b$ het aantal overige vragen waarop de student **g**okt,
f het aantal gegokte vragen dat de student **f**out heeft (met $0 \le f \le g$).

In deze notaties is de eindscore van de student gelijk aan

$$3 \cdot (30 - b - f) + (-1) \cdot f = 90 - 3b - 4f$$

Wil de student geslaagd zijn, dan moet de totaalscore 45 punten of meer bedragen. Als de student op minstens de helft van de vragen het antwoord weet, dan is $w \ge 15$, zodat de student slaagt zodra hij geen vragen gokt. Maar indien de student op minder dan de helft van de vragen het antwoord weet, dus $w < 15$, dan moet hij op een aantal van de overige vragen gokken om toch een kans te maken om geslaagd te zijn.

Voorbeeld. De student weet op $w = 14$ vragen het antwoord. Naargelang het aantal gegokte vragen berekenen we de kans op slagen.

◇ $g = 1$, dan is de eindscore $90 - 3b - 4f = 45 - 4f$ en dan is de student enkel geslaagd indien $45 - 4f \ge 45$ dus $f = 0$. De kans op slagen is dan de kans op nul foute antwoorden bij één gegokte vraag:

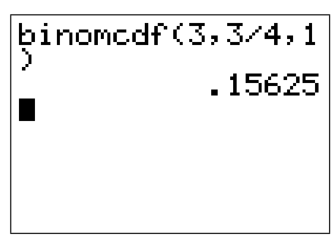
$$P(\text{geslaagd}) = \frac{1}{4} = 25\%$$

◇ $g = 2$, dan is de eindscore $90 - 3b - 4f = 48 - 4f$ en dan is de student enkel geslaagd indien $48 - 4f \ge 45$ dus $f = 0$. De kans op slagen is dan de kans op nul foute antwoorden bij twee gegokte vragen, en dus

$$P(\text{geslaagd}) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 6,25\%$$

◇ $g = 3$, dan is de eindscore $90 - 3b - 4f = 51 - 4f$ en dan is de student enkel geslaagd indien $51 - 4f \ge 45$ dus $f = 0$ of $f = 1$. De kans op slagen is dan de kans op hoogstens één fout antwoord bij drie gegokte vragen. Deze kans kan berekend worden met behulp van de binomiale kansverdeling:

$$\begin{aligned} P(\text{geslaagd}) &= P(\text{nul foute antwoorden}) + P(\text{één fout antwoord}) \\ &= C_3^0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + C_3^1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 15,625\% \end{aligned}$$



Zo'n berekening kan gemaakt worden met een grafische rekenmachine TI-84 Plus. Men maakt dan gebruik van het commando `binomcdf`, terug te vinden onder `2ND DISTR A:binomcdf` (zie nevenstaande figuur).

Algemeen. Voor $w < 15$ en $0 \le b \le 30 - w$ willekeurig is de eindscore $90 - 3b - 4f$ en dan is de student geslaagd als en slechts als

$$45 \le 90 - 3b - 4f \quad \Leftrightarrow \quad f \le \frac{3 \cdot (15 - b)}{4} \quad \Leftrightarrow \quad f \le \left\lfloor \frac{3 \cdot (15 - b)}{4} \right\rfloor \tag{$*$}$$

zodat de student geslaagd is als en slechts als hij hoogstens $\lfloor 3 \cdot (15 - b)/4 \rfloor$ antwoorden van de g gegokte vragen fout heeft. Die kans wordt berekend met de binomiaal verdeelde stochast $X \sim B(g, 3/4)$, en is gelijk aan

$$P(\text{geslaagd}) = P\left(X \le \left\lfloor \frac{3 \cdot (15 - b)}{4} \right\rfloor\right) = \sum_{f=0}^{\lfloor 3 \cdot (15-b)/4 \rfloor} C_g^f \left(\frac{3}{4}\right)^f \left(\frac{1}{4}\right)^{g-f} \tag{$**$}$$

Toepassen van deze formule geeft onderstaande tabel voor $15 < w < 5$. Deze waarden zijn afgerond tot op de vierde decimaal.

TABEL 1. Slaagkans voor een proef met 30 vragen, elke vraag 4 alternatieven

w (het aantal vragen dat de student zeker weet)

		14	13	12	11	10	9	8	7	6
b (het aantal vragen dat de student blanco laat)	0	0,3698	0,2347	0,1390	0,0775	$\underline{0,0409}$	$\underline{0,0206}$	$\underline{0,0100}$	$\underline{0,0046}$	$\underline{0,0021}$
	1	0,3135	0,1897	0,1071	0,0569	0,0287	0,0139	0,0064	0,0029	0,0012
	2	0,2585	0,1484	0,0796	0,0402	0,0194	0,0089	0,0039	0,0017	0,0007
	3	**$\underline{0,4158}$**	**$\underline{0,2585}$**	**$\underline{0,1484}$**	**$\underline{0,0796}$**	**0,0402**	**0,0193**	**0,0089**	**0,0039**	**0,0017**
	4	0,3512	0,2060	0,1117	0,0566	0,0271	0,0124	0,0054	0,0023	0,0009
	5	0,2867	0,1576	0,0802	0,0383	0,0173	0,0075	0,0031	0,0012	0,0005
	6	0,2241	0,1146	0,0544	0,0243	0,0103	0,0042	0,0016	0,0006	0,0002
	7	**0,3993**	**0,2241**	**0,1146**	**0,0544**	**0,0243**	**0,0103**	**0,0042**	**0,0016**	**0,0006**
	8	0,3215	0,1657	0,0781	0,0343	0,0143	0,0056	0,0022	0,0008	0,0003
	9	0,2436	0,1138	0,0489	0,0197	0,0076	0,0028	0,0010	0,0003	0,0001
	10	0,1694	0,0706	0,0273	0,0100	0,0035	0,0012	0,0004	0,0001	0
	11	**0,3672**	**0,1694**	**0,0706**	**0,0273**	**0,0100**	**0,0035**	**0,0012**	**0,0004**	**0,0001**
	12	0,2617	0,1035	0,3076	0,0129	0,0042	0,0013	0,0004	0,0001	0
	13	0,1563	0,0508	0,0156	0,0046	0,0013	0,0004	0,0001	0	0
	14	0,0625	0,0156	0,0039	0,0010	0,0002	0,0001	0	0	0
	15	**0,25**	**0,0625**	**0,0156**	**0,0039**	**0,0010**	**0,0002**	**0,0001**	**0**	**0**

In elke kolom van deze tabel zijn enkele waarden aangeduid (vetgedrukt en/of onderlijnd).

(1) **Lokale maxima.** De vetgedrukte getallen in een kolom zijn allen lokale maxima, zij komen voor in sprongen van vier. Het optreden van deze lokale maxima kan men als volgt inzien. Wanneer bij het toenemen van b de bovengrens $\lfloor 3\cdot(15-b)/4\rfloor$ voor f afneemt, dan vermindert het aantal termen in $(**)$ waardoor de kans op slagen blijkbaar kleiner wordt. Wanneer echter bij het toenemen van b de bovengrens $\lfloor 3\cdot(15-b)/4\rfloor$ voor f dezelfde blijft, dan blijft het aantal termen in $(**)$ gelijk, wat de kans op slagen doet toenemen. Dat laatste komt voor wanneer $15-b$ een veelvoud van 4 is.

(2) **Globaal maximum.** Het onderlijnde getal in een kolom is het globaal maximum. We onderscheiden twee gevallen.

Geval I. Voor $w = 14, 13, 12, 11$ is een onderlijnd getal ook een vetgedrukt getal. In dat geval optimaliseert een student zijn slaagkans als hij precies drie van de vragen waarop hij het antwoord niet weet blanco laat, en de overige vragen waarop hij het antwoord niet weet gokt.

Geval II. Voor $w \leq 10$ is een onderlijnd getal geen vetgedrukt getal. In dat geval optimaliseert een student zijn slaagkans als hij alle vragen waarop hij het antwoord niet weet gokt, en geen enkele vraag blanco laat.

4.2. Algemeen geval en conclusie.

In wat volgt veralgemenen we de redenering in het specifiek geval §4.1 tot n en N willekeurig. We nemen dezelfde notaties voor w (aantal vragen waarop de student het antwoord weet), b (aantal overige vragen dat de student blanco laat), $g = n - w - b$ (aantal vragen waarop de student gokt) en f (aantal gegokte vragen dat fout is).

Indien $w \geq \lceil n/2 \rceil$ en $g = 0$ dan is de student geslaagd. Met andere woorden: als je (meer dan) de helft van de vragen zeker weet, gok dan niet.

Indien $w < \lceil n/2 \rceil$, dan is de student geslaagd als en slechts als de eindscore minstens de helft van het maximum aantal punten is, dus als en slechts als

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \cdot (N-1) \leq (N-1)\cdot(n-b-f) + (-1)\cdot f \quad \Leftrightarrow \quad f \leq \left\lfloor \frac{(\lfloor n/2\rfloor - b)(N-1)}{N} \right\rfloor$$

zodat de student geslaagd is als en slechts als hij hoogstens $\lfloor(\lfloor n/2\rfloor - b)(N-1)/N\rfloor$ gegokte antwoorden fout heeft.

Die kans wordt berekend met de binomiaal verdeelde stochast $X \sim B(g,(N-1)/N)$, en is gelijk aan

$$\boxed{P(\text{geslaagd}) = P\left(X \leq \left\lfloor \frac{(\lfloor n/2 \rfloor - b)(N-1)}{N} \right\rfloor\right) = \sum_{f=0}^{\lfloor(\lfloor n/2\rfloor - b)(N-1)/N\rfloor} C_g^f \left(\frac{N-1}{N}\right)^f \left(\frac{1}{N}\right)^{g-f}}$$

Met deze formule kunnen we tabellen soortgelijk aan Tabel 1 uit §4.1 genereren voor verschillende waarden van n en N. Voor kleine waarden van n en N werd het optimaal aantal te gokken vragen opgelijst en ter beschikking gesteld op de website [3]. Na het zoeken van patronen in soortgelijke data zijn we tot de volgende conclusie gekomen, geverifieerd door een programma geschreven in computerrekenpakket Maple, tevens beschikbaar op [3].

Conclusie. Beschouw een test met $n \leq 500$ meerkeuzevragen, elke vraag met $N \leq 5$ alternatieven, die geëvalueerd wordt met giscorrectie.

(1) Als de student op minstens de helft van de vragen het antwoord weet, dan is hij geslaagd indien hij alle andere vragen blanco laat (en dus niet gokt).

(2) Als de student op minder dan de helft van de vragen het antwoord weet, dan moet de student op sommige van de overige vragen gokken wil hij een kans maken om geslaagd te zijn. Noem w het aantal vragen waarop hij het antwoord weet. Noem b het aantal van de overige vragen die de student blanco laat (zodat de student op $n-w-b$ vragen gokt). Dan is de **slaagkans van de student optimaal** indien hij b als volgt afstemt:

- ▷ als $N=2$, kies dan $b = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \bmod 2$

- ▷ als $N=3$, kies dan $b = \begin{cases} 0 & \text{als } n \bmod 6 = 5 \text{ en } w = 0 \\ \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \bmod 3 & \text{anders} \end{cases}$

- ▷ als $N=4$, kies dan $b = \begin{cases} 0 & \text{als } n \bmod 8 = 6 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{53n-22}{152} \right\rfloor \text{ of } (n,w) = (6,2) \\ 0 & \text{als } n \bmod 8 = 7 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{53n+77}{152} \right\rfloor \text{ of } (n,w) = (7,3) \\ \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \bmod 4 & \text{anders} \end{cases}$

- ▷ als $N=5$, kies dan $b = \begin{cases} 0 & \text{als } n \bmod 10 = 6 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{23n+42}{105} \right\rfloor \\ 0 & \text{als } n \bmod 10 = 7 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{23n+124}{105} \right\rfloor \\ 0 & \text{als } n \bmod 10 = 8 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{45n-14}{106} \right\rfloor \\ 0 & \text{als } n \bmod 10 = 9 \text{ en } w \leq \left\lfloor \frac{45n+47}{106} \right\rfloor \\ \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \bmod 5 & \text{anders} \end{cases}$

Opmerking. In bovenstaande conclusie (2) wordt voor de meeste waarden van n, N en w het optimaal aantal vragen dat de student blanco laat gegeven door $b = \lfloor n/2 \rfloor \bmod N$. Een inzicht hiervoor is analoog aan de redenering gegeven in §4.1: voor een vaste waarde van $w \leq \lceil n/2 \rceil - 1$ duiken de lokale maxima voor de slaagkansen in functie van het aantal blanco te laten vragen op in sprongen van N, met name wanneer $\lfloor n/2 \rfloor - b$ een veelvoud is van N. In een generiek geval kan men verwachten dat zo'n lokaal maximum ook een globaal maximum is. Dan zoeken we de kleinste waarde van b waarvoor $\lfloor n/2 \rfloor - b$ een veelvoud is van N. En dat is precies wanneer $b = \lfloor n/2 \rfloor \bmod N$. De beschrijving van de gevallen die afwijken van $b = \lfloor n/2 \rfloor \bmod N$ vonden we door patronen in numerieke data te zoeken, waarbij we de parameter n lieten opdrijven tot 1000. We kunnen niet verklaren waarom onze beschrijving voor $b \neq \lfloor n/2 \rfloor \bmod N$ precies bovenstaande gedaante aanneemt, en het is best mogelijk dat onze conclusie vals is voor sommige waarden van $n > 500$. Het zoeken naar een algemeen voorschrift van b die opgaat voor alle waarden van n leidt tot een vraagstuk in getaltheorie, waarvan we vermoeden dat de oplossing niet voor de hand ligt. Hoewel zo'n onderzoek interessant is, zal voor praktische doeleinden bovenstaande conclusie volstaan.

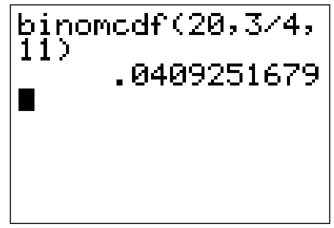
4.3. **Antwoord op vragen 2 en 3.**

De conclusie in §4.2 oogt nogal technisch. Ons antwoord op vragen 2 en 3 uit de inleiding maken duidelijk hoe een student deze formules in de praktijk kan toepassen.

Vraag 2. Beschouw een test met 30 meerkeuzevragen, met 4 alteratieven bij elke vraag. Een student weet slechts 10 vragen zeker. Uiteraard vult hij eerst deze 10 vragen in. Op hoeveel van de 20 overige vragen moet de student gokken, en hoeveel ervan moet hij blanco laten, opdat zijn slaagkans optimaal is? Wat is die slaagkans dan?

Oplossing. We passen de conclusie uit §4.2 toe. Hier is $N = 4$, $n = 30$ en $w = 10$ zodat

$$30 \bmod 8 = 6 \quad \text{en} \quad 10 \leq \left\lfloor \frac{53 \cdot 30 - 22}{152} \right\rfloor$$



waaruit blijkt dat de student best $b = 0$ van de overige 20 vragen blanco laat. Hij doet er dus goed aan om op alle vragen waar hij het antwoord niet op weet te gokken. De slaagkans berekenen we met behulp van de binomiaal verdeelde stochast $X \sim B(20, 3/4)$:

$$P(\text{geslaagd}) = P\left(X \leq \left\lfloor \frac{(15-0) \cdot 3}{4} \right\rfloor\right) = 4,09\ldots\%$$

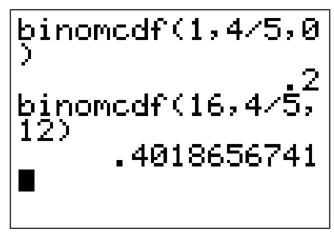
Vraag 3 Een student legt een proef met giscorrectie af. Vooraf weet hij dat er 39 vragen gesteld worden, elk met 5 keuzemogelijkheden. Welke strategie kan hij toepassen om z'n slaagkansen zo hoog mogelijk te houden?

Oplossing. Eerst vult de student de vragen in waarop hij het antwoord weet. Is dat aantal 20 of meer, dan zal hij op geen enkele van de overige vragen gokken, want dan is hij zeker geslaagd. Is het aantal vragen waarop hij het antwoord weet kleiner dan 20, dan past hij de conclusie uit §4.2 toe ($N = 5$ en $n = 39$):

$$39 \bmod 10 = 9 \quad \text{en} \quad \left\lfloor \frac{45 \cdot 39 + 47}{106} \right\rfloor = 17$$

Op die manier legt de student zijn strategie vast: kent hij op hoogstens 17 vragen het antwoord, dan zal hij alle andere vragen gokken. Kent hij daarentegen $18, 19$ of 20 vragen zeker, dan zal hij $\lfloor n/2 \rfloor \bmod 5 = 4$ vragen blanco laten en op de overige vragen gokken.

Dankzij deze strategie kan de student zijn kans op slagen beduidend verhogen. Kent hij bijvoorbeeld op 19 van de 39 vragen het antwoord zeker, dan geeft het gokken van slechts één vraag een slaagkans van 20%, terwijl bovenstaande strategie (16 vragen gokken, 4 vragen blanco laten) zijn slaagkans doet verdubbelen, want dan is



$$P(\text{geslaagd}) = P\left(X \leq \left\lfloor \frac{(\lfloor 39/2 \rfloor - 4) \cdot 4}{5} \right\rfloor\right) = 40,18\ldots\%$$

Referenties

[1] A. Calandra, *Scoring formulas and probability considerations*, Psychometrika vol. 6 no. 1, 1941.
[2] K. De Naeghel, *Wiskunde In zicht*, online publicatie beschikbaar op www.koendenaeghel.be 2013.
[3] DATA VOOR OPTIMALE SLAAGKANS BIJ GISCORRECTIE: (http://www.koendenaeghel.be/giscorrectie.htm) (toegang 09/2013).

Koen De Naeghel, Onze-Lieve-Vrouwecollege, Collegestraat 24, 8310 Brugge.
E-mail address: koendenaeghel@hotmail.com