روش سیمپلکس تجدید نظر شده

همان طور که می دانید به منظور ساختن جدول سیمپلکس در هر تکرار تنها نیاز به B^{-1} آن تکرار می باشد. همچنین استفاده از روش سیمپلکس معمولی مستلزم نگهداری تمامی عناصرجدول سیمپلکس در حافظه کامپیوتر است که ممکن است برای مسائل در مقیاس بزرگ حافظه کامپیوتر امکان تحلیل اطلاعات را نداشته باشد. مشکل دیگری که در روش سیمپلکس معمولی وجود دارد خطای ناشی ازگردکردن می باشد. همان طور که مشاهده کرده اید در هرتکرار سیمپلکس بسیاری از اعداد ثابت می مانند اما در محاسبات کامپیوتری ممکن است خطای حاصل از گرد کردن اعداد منجر به جواب متفاوتی گردد.

مشکلات فوق منجر شد تا روش سیمپلکس تجدید نظر شده ارائه گردد. در این روش تنها B^{-1} هر تکرار نگهداری می شود و سایر عناصر به کمک آن محاسبه می شوند. در این روش B^{-1} با معکوس کردن پایه بدست نمی آید بلکه این عمل با توجه به این خاصیت انجام میگیرد که ماتریس B فعلی و B_{New} تنها در یک ستون با هم تفاوت دارند. یعنی ستون وارد شونده جای ستون خارج شونده را می گیرد. با استفاده از جبر ماتریسی می توان نشان داد که B_{New}^{-1} را از طریق B_{Old}^{-1} و بردار ستون لولا می توان محاسبه کرد. برای محاسبه B_{New}^{-1} از رابطه زیر استفاده میکنیم.

$$B_{New}^{-1} = E.B_{Old}^{-1}$$

در این رابطه E یک ماتریس بنیادی است. ماتریس بنیادی عبارت است از یک ماتریس مربع که کلیه ستونهای آن به استثنای یک ستون، همگی واحدند. برای مثال ماتریس زیر یک ماتریس بنیادی است.

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{-2}{5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 1 \end{bmatrix}$$

فرض کنید در یک تکرار سیمپلکس x_j متغییری ورودی و ستون زیر آن در جدول سیمپلکس به صورت زیر باشد:

$$\begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{rj} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$$

و متغیر اساسی سطرr ام متغیر خروجی باشد، در این صورت ماتریس بنیادی تکرار سیمپلکس ماتریسی است که ستون غیر یکه آن به صورت زیر میباشد:

$$\begin{bmatrix} \frac{-a_{1j}}{a_{rj}} \\ \frac{-a_{2j}}{a_{rj}} \\ \vdots \\ \frac{1}{a_{rj}} \\ \vdots \\ \frac{-a_{mj}}{a_{rj}} \end{bmatrix}$$

به عنوان مثال اگر در یک تکرار ستون لولا به صورت زیر باشد:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

با فرض اینکه عدد ۳ عنصر لولاست. بنابراین چون عنصر لولا در سطر دوم قرار دارد، بنابراین ستون دوم ماتریس بنیادی غیر یکه خواهد بود و به صورت زیر آنرا نمایش می دهیم.

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{-2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

روش سیمپلکس اصلاح شده برای دو حالت زیر ارایه شده است:

۱- برای حالتی که کلیه محدودیت های مساله از نوع کوچکتر - مساوی $(\leq)$ باشد. از آن به عنوان سیمپلکس اصلاح شده شکل یک نام برده میشود.

۲- وقتی که کلیه محدودیت های مساله از نوع کوچکتر - مساوی $(\leq)$ نباشد، از آن به عنوان سیمپلکس اصلاح شده شکل دو نام برده می شود.

نکته: روش سیمپلکس اصلاح شده براساس روش ماتریسی می باشد با این تفاوت که در تکرار ها B_{New}^{-1} را به طریقه بیان شده محاسبه میکنیم.

روش سیمپلکس اصلاح شده شکل یک

در سیمپلکس اصلاح شده شکل ۱ فرض میکنیم که پایه اولیه ما متشکل از متغیرهای کمکی می باشد. در هر تکرار B_{New}^{-1} محاسبه شده، سپس سطر صفر جدید محاسبه شده و به کمک آن متغیر ورودی تعیین می شود (در صورتی که پایه جدید بهینه نباشد). سپس فقط بردار ستون لولا محاسبه شده و به کمک آن متغیر خروجی تعیین می شود. ماتریس سیمپلکس اصلاح شده شکل یک به صورت زیر می باشد.

y_k	b'_1	X_B^{First}	z	
	$c_B B^{-1} b$	$c_B B^{-1}$	1	z
	$\bar{b}$	B^{-1}	0	X_B^{New}

در جدول فوق X_B^{First} ، متغیر های پایه جدول اول که همان متغیر های کمکی می باشند است. X_B^{New} متغیر های پایه جدول کنونی و y_k ستون متغیر وارد شونده است که درادامه به توضیح دقیق تر آنها می پردازیم.

ابتدا به روش محاسباتی در سیمپلکس تجدید نظر شده می پردازیم، روابط در سیپلکس تجدید نظر شده به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$a_j^{(1)} = \begin{bmatrix} -c_j \\ a_j \end{bmatrix},\ b^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1}) \begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix}$$

$$b_1' = \begin{pmatrix} c_B B^{-1} \\ B^{-1} \end{pmatrix} (b) = \begin{pmatrix} Z_0 \\ \bar{b} \end{pmatrix}$$

$$B_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & B^{-1} & \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

$$y_j^{(1)} = B_1^{-1} a_j^{(1)}$$

درفرمول های فوق اندیس (۱) نشان دهنده سیمپلکس اصلاح شده شکل یک میباشد. همانطور که مشاهده میکنید دراینجا به منظور کم کردن محاسبات سطر صفر نیز مانند سایر سطر ها به روابط اضافه شده است، اما روابط همان روابط روش ماتریسی می باشند به عنوان مثال:

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1}) \begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix} = -c_j + c_B B^{-1} a_j = c_B B^{-1} a_j - c_j$$

الگوریتم روش سیمپلکس اصلاح شده شکل یک به صورت زیرمی باشد:

الف – قدم شروع: مدل برنامه ریزی خطی را با استفاده از متغیر های کمکی به شکل استاندارد تبدیل کنید و جدول اولیه سیمپلکس تجدید نظر شده شکل یک را تشکیل دهید.

ب – قدم تکرار : متغیرهای اساسی را معین کنید، سپس مراحل زیر را انجام دهید:

۱- به ازای تمام متغیر های غیر پایه $z_j - c_j$ را محاسبه کنید:

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1}) \begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix}$$

۲- اگر مقادیر فوق همگی غیرمنفی بودن جواب بهینه بدست آمده و توقف کنید (مساله بیشینه سازی) در غیر این صورت منفی ترین مقدار $z_j - c_j$ را به عنوان متغیر ورودی مشخص کنید. سپس بردار ورودی (ستون لولا) را به صورت زیر مشخص کنید:

$$y_j^{(1)} = B_1^{-1} a_j^{(1)}$$

۳- حداقل حاصل تقسیم $\bar{b}$ بر مقادیر مثبت $y_j^{(1)}$ را مشخص کرده و با r نشان دهید.

۴- عنصر لولا (a_{rj}) را تعیین کنید و با استفاده از آن ستون غیر یکه ماتریس بنیادی را بنویسید. سپس B_{New}^{-1} را با استفاده از رابطه زیر محاسبه و به دنبال آن مقادیر جدول جدید را حساب کنید.

مثال: مدل زیر را با استفاده از سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید:

$$\begin{aligned}
&Max \quad z = 3x_1 + 2x_2 \\
&s.t. \\
&\qquad x_1 + x_2 \le 10 \\
&\qquad 2x_1 + x_2 \le 12 \\
&\qquad x_2 \le 9 \\
&\qquad x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}$$

ابتدا مساله را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$\begin{aligned}
&Max \quad z = 3x_1 + 2x_2 \\
&s.t. \\
&\qquad x_1 + x_2 + s_1 = 10 \\
&\qquad 2x_1 + x_2 + s_2 = 12 \\
&\qquad x_2 + s_3 = 9 \\
&\qquad x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \ge 0
\end{aligned}$$

جدول اول را به شکل زیر تشکیل می دهیم:

	Z	s_1	s_2	s_3	b'_1	
Z	۱	۰	۰	۰	۰	
s_1	۰	۱	۰	۰	۱۰	
s_2	۰	۰	۱	۰	۱۲	
s_3	۰	۰	۰	۱	۹	

حال $z_j - c_j$ متغیرهای غیر پایه را به صورت زیر حساب می کنیم:

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1})\begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix} = \left(1,0,0,0\right)\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(-3,-2\right)$$

لذا متغیر x۱ باید وارد پایه شود:

بردار ورودی را به صورت زیر حساب میکنیم:

$$y_1^{(1)} = B_1^{-1} a_1^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حال جدول را به صورت زیر تکمیل می کنیم:

	z	s_1	s_2	s_3	b_1'	$y_1^{(1)}$
z	۱	۰	۰	۰	۰	−۳
s_1	۰	۱	۰	۰	۱۰	۱
s_2	۰	۰	۱	۰	۱۲	۲
s_3	۰	۰	۰	۱	۹	۰

مینیمم تقسیم b_1' بر عناصر مثبت $y_1^{(1)}$ برابر سطر دوم است لذا s۲ خارج شونده است.

$$B_{New}^{-1} = E.B_{old}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c_B B^{-1} = (0,3,0)\begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \left(0, \frac{3}{2}, 0\right)$$

$$b_1' = \begin{pmatrix} c_B B^{-1} \\ B^{-1} \end{pmatrix} (b) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

حال جدول جدید را به صورت زیر میسازیم:

	Z	s_1	s_2	s_3	b_1'	
Z	۱	۰	$\frac{3}{2}$	۰	۱۸	
s_1	۰	۱	$\frac{-1}{2}$	۰	۴	
x_1	۰	۰	$\frac{1}{2}$	۰	۶	
s_3	۰	۰	۰	۱	۹	

حال $z_j - c_j$ متغیرهای غیر پایه را به صورت زیر حساب می کنیم:

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1})\begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix} = \left(1, 0, \frac{3}{2}, 0\right)\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

بنابراین متغیر x_2 ورودی می باشد:

$$y_2^{(1)} = B_1^{-1} a_2^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

	z	s_1	s_2	s_3	b_1'	$y_2^{(1)}$
z	۱	۰		۰	۱۸	-۲
s_1	۰	۱	$\frac{-1}{2}$	۰	۴	$\frac{1}{2}$
x_1	۰	۰	$\frac{1}{2}$	۰	۶	$\frac{1}{2}$
s_3	۰	۰	۰	۱	۹	۱

در این جدول متغیر خروجی s_1 می باشد.

$$B_{New}^{-1} = E.B_{old}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c_B B^{-1} = (2,3,0) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (1,1,0)$$

$$b_1' = \begin{pmatrix} c_B B^{-1} \\ B^{-1} \end{pmatrix} (b) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

حال $z_j - c_j$ متغیرهای غیر پایه را به صورت زیر حساب می کنیم:

$$z_j - c_j = (1, c_B B^{-1})\begin{pmatrix} -c_j \\ a_j \end{pmatrix} = (1,1,1,0)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = (1,1)$$

لذا جواب حاضر بهینه می باشد. جدول بهینه در ادامه امده است:

	z	s_1	s_2	s_3	b_1'	
z	۱	۱	۱	۰	۲۲	
x_2	۰	۲	−۱	۰	۸	
x_1	۰	−۱	۱	۰	۲	
s_3	۰	−۲	۱	۱	۱	

یاداوری: همان طورکه بیان شد سیمپلکس تجدیدنظر شده مانند روش ماتریسی می باشد. با این تفاوت که وارون ماتریس پایه در هر تکرار به کمک ماتریس بنیادی E محاسبه می شود. بنابراین میتوان از رسم جداول صرف نظر نمود.

نکته: مانند روش سیمپلکس، میتوان جدول بعدی سیمپلکس تجدید نظر شده را از جدول کنونی بدست آورد. به عنوان مثال:

	z	s_1	s_2	s_3	b_1'	$y_1^{(1)}$
z	۱	۰	۰	۰	۰	−۳
s_1	۰	۱	۰	۰	۱۰	۱
s_2	۰	۰	۱	۰	۱۲	۲
s_3	۰	۰	۰	۱	۹	۰

درجدول فوق ۲ عدد لولا می باشد. حال برای رفتن به جدول بعد باید سطر S۲ را بر ۲ تقسیم کرد. سپس با عملیات سطری سایر عناصر ستون $y_1^{(1)}$ را صفر میکنیم. حال به جدول بعد می رسیم.

نکته: سطر صفر جدول سیمپلکس اصلاح شده نشان دهنده $c_B B^{-1}$ می باشد.

روش سیمپلکس اصلاح شده شکل دو

هنگامی که نتوان یک پایه شدنی به کمک متغیر کمکی بدست اورد و در واقع مجبور شویم از متغیر های مصنوعی استفاده کنیم آنگاه بجای سیمپلکس نوع یک از سیمپلکس اصلاح شده نوع دو استفاده می کنیم.

مساله زیر را که به کمک متغیر های کمکی استاندارد شده است را در نظر بگیرید:

$$
\begin{aligned}
&Min\ z = cx \\
&s.t. \\
&\qquad Ax + x_a = b \\
&\qquad x,\ x_a \geq 0.
\end{aligned}
$$

با توجه به روش دو مرحله ای، مساله مرحله یک و دو را به صورت توام زیر می نویسیم:

$$
\begin{aligned}
&Min\ \ z = cx \\
&Min\ \ \bar{z} = \sum x_{a_i} \\
&s.t. \\
&\qquad Ax + x_a = b \\
&\qquad x,\ x_a \geq 0.
\end{aligned}
$$

جدول سیمپلکس مرحله دوم به صورت زیر می باشد

	z	$\bar{Z}$	X_B^{First}	b_1'	y_k
z	1	۰	$c_B B^{-1}$	$c_B B^{-1} b$	
$\bar{Z}$	۰	۱	$\bar{c}_B B^{-1}$	$\bar{c}_B B^{-1} b$	
X_B^{New}	0		B^{-1}	$\bar{b}$	

در روش سیمپلکس اصلاح شده شکل دو، ابتدا مساله $Min\ \bar{z}=\sum x_{a_i}$ حل می شود در صورتی که به جواب بهینه ای رسیدیم که متغیر های پایه تمامی برابر با صفر باشند آنگاه به حل مساله اصلی به کمک پایه بدست آمده می پردازیم. در صورتی که حداقل یک متغیر پایه در مرحله اول در جواب بهینه مخالف صفر باشد آنگاه مساله اصلی نیز نشدنی است.

روش سیمپلکس ضربدری

سیمپلکس ضربدری، مانند روش M بزرگ ، روش دومرحله ای و یا روش سیمپلکس دوگان، یک روش برای حل مسائلی می باشد که به صورت طبیعی نمی توان یک پایه همانی اولیه برای آن بدست آورد. این روش مانند سیمپلکس دوگان احتیاجی به معرفی متغیر مصنوعی ندارد. در واقع این روش تلفیقی از سیمپلکس معمولی و سیمپلکس دوگان می باشد.

در این روش ابتدا برای استاندارد کردن مساله متغیر های کمکی را به مساله اضافه می کنیم. سپس محدودیت هایی که متغیر کمکی با ضریب منفی ظاهر شده است را در منفی ضرب می کنیم.

مثال:

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z=2x_1-x_2+x_3\\
&s.t.\\
&\qquad 2x_1+3x_2-5x_3\ge 4\\
&\qquad -x_1+9x_2-x_3\ge 3\\
&\qquad 4x_1+6x_2+3x_3\le 8\\
&\qquad x_1,x_2,x_3\ge 0
\end{aligned}
$$

مدل فوق به صورت زیر استاندارد می شود

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z=2x_1-x_2+x_3\\
&s.t.\\
&\qquad -2x_1-3x_2+5x_3+s_1=-4\\
&\qquad +x_1-9x_2+x_3+s_2=-3\\
&\qquad 4x_1+6x_2+3x_3+s_3=8\\
&\qquad x_1,x_2,x_3\ge 0
\end{aligned}
$$

به عنوان یک مثال دیگر به مدل زیر توجه کنید:

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z = 2x_1 - x_2 \\
&s.t. \\
&\qquad 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\
&\qquad 4x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 6 \\
&\qquad x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 3 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

محدودیت اول مساله فوق به صورت تساوی است همچنین متغیر های اصلی آن شرط پایه بودن را ندارند. لذا برای اینکه یکی از متغیر های ان شرط پایه بودن را داشته باشد ضرایبی از محدودیت اول را از محدودیت های دیگر کم می کنیم تا متغیری مانند x_2 پایه بودن را پیدا کند.

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z = 2x_1 - x_2 \\
&s.t. \\
&\qquad 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\
&\qquad x_1 \qquad\ \ - 7x_3 \geq -3 \\
&\qquad -5x_1 \qquad \leq -3 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

حال مساله فوق را استاندارد می کنیم.

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ z = 2x_1 - x_2 \\
&s.t. \\
&\qquad 3x_1 + x_2 + 2x_3 \qquad\quad = 3 \\
&\qquad -x_1 \qquad\ \ - 7x_3 + s_1 \quad = 3 \\
&\qquad -5x_1 \qquad\qquad\qquad + s_2 = -3 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

با توجه به مثال های فوق می بینیم که همواره میتوان مساله را با یک پایه همانی شروع کرد. البته ممکن است بعضی از سمت راست ها منفی شوند

حال الگوریتم کلی زیر را داریم:

قدم ۱: مساله را همان طور که در بالا نشان دادیم به یک مساله استاندارد که دارای پایه همانی است تبدیل کنید.

قدم ۲: جدول اول سیمپلکس را تشکیل دهید.

قدم ۳: یکی از حالات زیر پیش می آید:

۱-اگر تمام سمت راست ها مثبت بودند از سیمپلکس معمولی استفاده کنید.

۲- اگر جدول شرط بهینگی را دارد ولی سمت راست دارای عناصر منفی است از سیمپلکس دوگان استفاده کنید.

۳- اگر جدول شرط بهینگی را ندارد در ضمن سمت راست نیز دارای عناصر منفی است از سیمپلکس ضربدری استفاده کنید.

حال به بیان الگوریتم سیمپلکس ضربدری برای مساله بیشبنه سازی می پردازیم:

قدم ۰- ابتدا مساله را به صورتی که در ابتدای این بخش بیان شد به یک مساله استاندارد تبدیل کرده و جدول اولیه را تشکیل می دهیم.

قدم ۱- به منظور انجام تکرار به ترتیب یکی از موارد زیر را انجام می دهیم.

الف- یکی از عناصر منفی سمت راست را به عنوان عنصر خارج شونده انتخاب می کنیم، حال بین عناصر منفی سطر لولا که دارای $z_j - c_j$ مثبت است تست مینیمم نسبت را انجام می دهیم و عنصر ورودی را تعیین می کنیم.

نکته: اگر تمام $z_j - c_j$ جدول در حال فوق منفی باشند مساله نشدنی می باشد. و اگر تمام عناصر سطر لولا مثبت باشند جواب مساله نامتناهی می باشد.

ب – اگر نتوانیم به کمک قسمت فوق تکرار انجام دهیم (فرضا تمام سمت راست ها مثبت باشند و یا عناصر منفی سطر لولا دارای $z_j - c_j$ منفی باشند). مانند سیمپلکس معمولی متغیر ورودی و خروجی را تعیین می کنیم.

قدم ۲- مانند معمول متغیر ورودی را وارد پایه و متغیر خروجی را از پایه خارج میکنیم.

مثال: به مثال صفحه ۳۲۶ کتاب مراجعه شود. توجه کنید که کتاب تنها جدول مرتبط با عناصر غیر پایه در هر تکرار را رسم کرده است. با رسم جدول کامل می توان به راحتی مراحل الگوریتم را انجام داد.

روش محدودیت مصنوعی

همان طور که پیش از این بیان شد هنگامی که جدول اول سیمپلکس یک مساله دارای شرایط بهینگی باشد ولی سمت راست عناصر منفی داشته باشد، آنگاه از سیمپلکس ثانویه استفاده می کنیم. در این قسمت روشی را بیان می کنیم که اگر جدول اولیه دارای عناصر سمت راست منفی باشد ولی شرایط بهینگی را دارا نباشد، آنگاه بتوانیم با یک تکرار شرایط را برای الگوریتم ثانویه آماده کنیم.

الگوریتم محدودیت مصنوعی (مساله بیشینه سازی)

قدم ۰- مساله را بدون اضافه کردن متغیر مصنوعی استاندارد کنید. جدول اولیه را تشکیل دهید، اگر جدول شرایط بهینگی را نداشت ولی دارای عناصر منفی بود به گام بعد بروید. (برای جداول با شرایط متفاوت به تناسب آن جدول الگوریتم سیمپلکس دوگان یا معمولی را باید انجام داد.)

قدم ۱- به ازای تمام متغیر های غیر پایه x_j که دارای $z_j - c_j$ منفی هستند محدودیت زیر را به جدول اضافه کنید.

$$\sum_j x_j \leq M$$

قدم ۲- منفی ترین عنصر سطر صفر را به عنوان ورودی انتخاب کنید و عنصر لولا را از سطر محدودیت جدید انتخاب کنید (در واقع متغیر کمکی محدودیت جدید را از پایه خارج کنید) و عملیات محور گیری را انجام دهید.

قدم ۳- جدول جدید را به روش سیمپلکس دوگان حل کنید.

نکته : در انتها ممکن است یکی از حالات زیر اتفاق بیافند.

- هرگاه متغیر کمکی محدودیت جدید (محدودیت مصنوعی) درجدول نهایی ، مقدار مثبتی داشته باشد جواب بهینه بدست امده است.
- هرگاه متغیر کمکی محدودیت جدید (محدودیت مصنوعی) درجدول نهایی ، غیر پایه و یا پایه با مقدار صفر باشد مساله اصلی نامتناهی می باشد.
- هرگاه جدول نهایی دارای سمت راست منفی باشد، ولی نتوان متغیر ورودی تعیین کرد (جدول شرایط بهینگی داشته باشد) آنگاه مساله اصلی نشدنی می باشد.